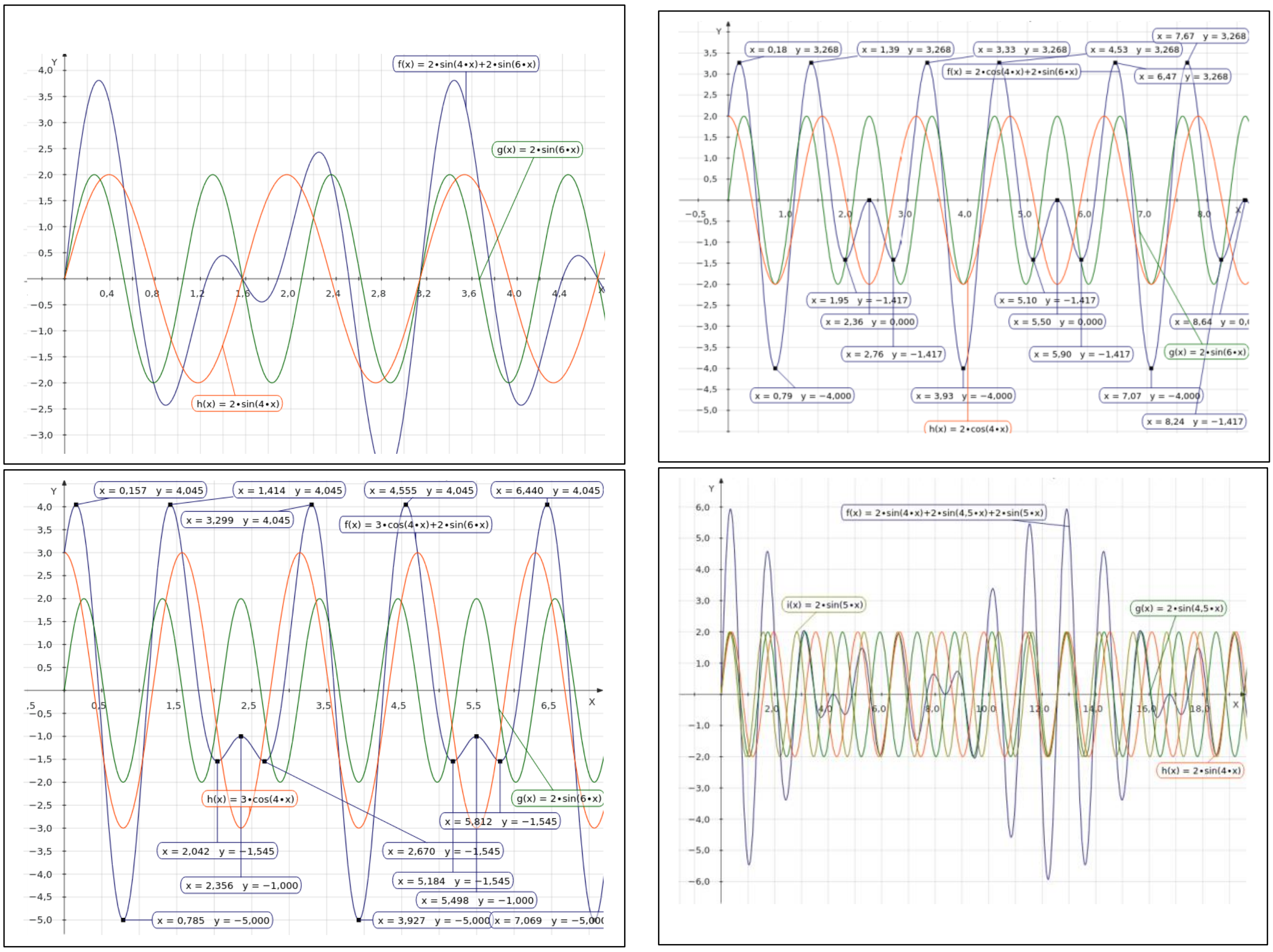
ONDULATÓRIA – parte 2

Princípio da Superposição:

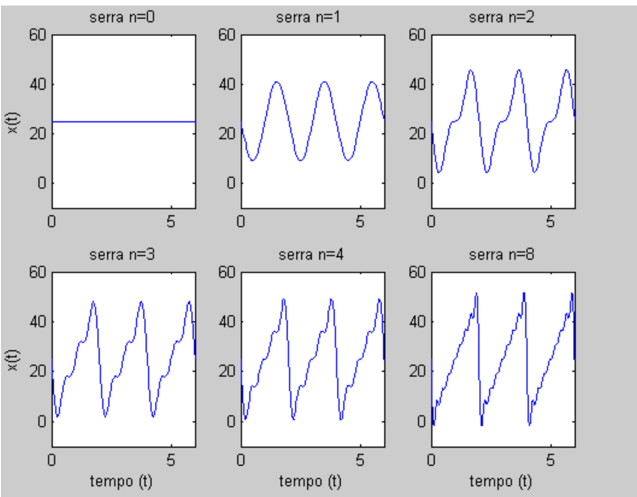
“Duas ou mais ondas que se propaguem simultaneamente numa corda se superpõem, quer dizer, os pontos da corda sofrerão o deslocamento resultante de todas as ondas que se propagam nesta corda”.

$$y_R = y_1 + y_2 + \cdots + y_n \qquad \text{soma vetorial}$$

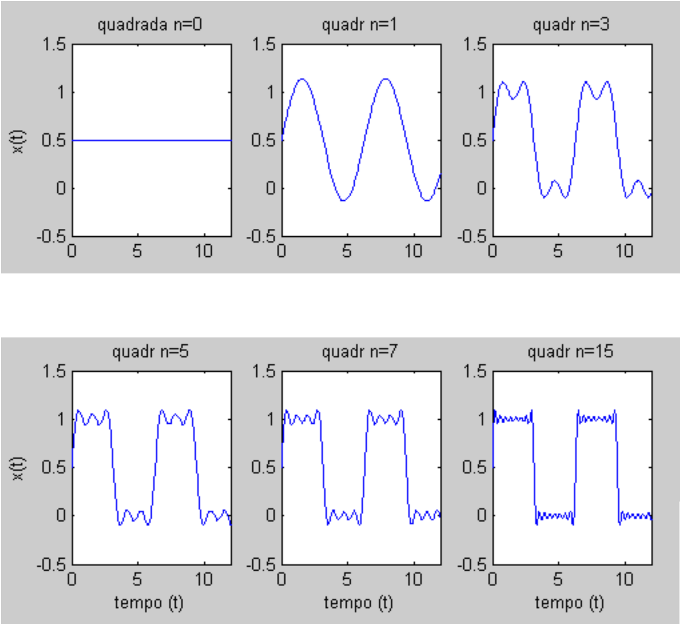


Teorema de Fourier: “A soma de sinais periódicos (podem ter amplitude, frequencia, fase diferentes) quaisquer resultam num sinal também periódico”

As n ondas formam uma nova onda com amplitude, frequencia e fase próprios. É um envelope das n ondas.




```
>> subplot(2,3,1);
>> fplot('25',[0 6 -10 60]);
>> subplot(2,3,2);
>> fplot('25-50*sin(pi*t)/pi',[0 6 -10 60]);
>> subplot(2,3,3);
>> fplot('25-50*(sin(pi*t)+sin(2*pi*t)/2)/pi',[0 6 -10 60]);
>> subplot(2,3,4);
>> fplot('[25-50*(sin(pi*t)+sin(2*pi*t)/2+sin(3*pi*t)/3)/pi]',[0 6 -10 60]);
>> subplot(2,3,5);
>> fplot('[25-50*(sin(pi*t)+sin(2*pi*t)/2+sin(3*pi*t)/3+sin(4*pi*t)/4)/pi]',[0 6 -10
60]);
>> subplot(2,3,6);
>> fplot('[25-50*(sin(pi*t)+sin(2*pi*t)/2+sin(3*pi*t)/3+sin(4*pi*t)/4+sin(5*pi*t)/5+
+sin(6*pi*t)/6+sin(7*pi*t)/7+sin(8*pi*t)/8)/pi]',[0 6 -10 60]);
```

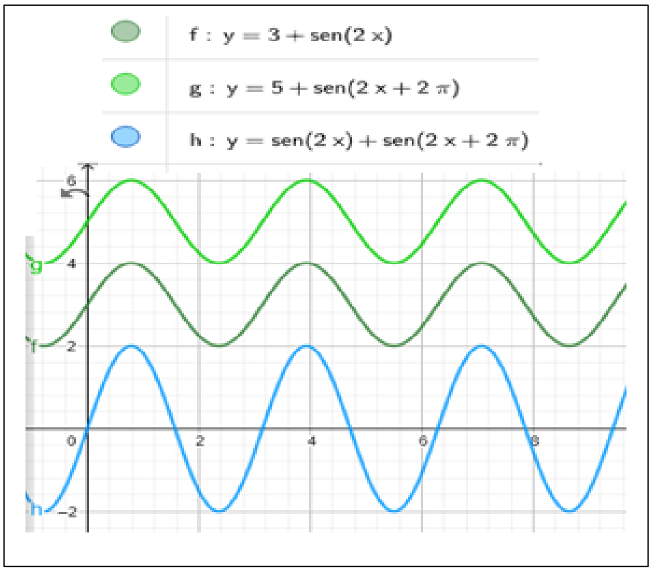


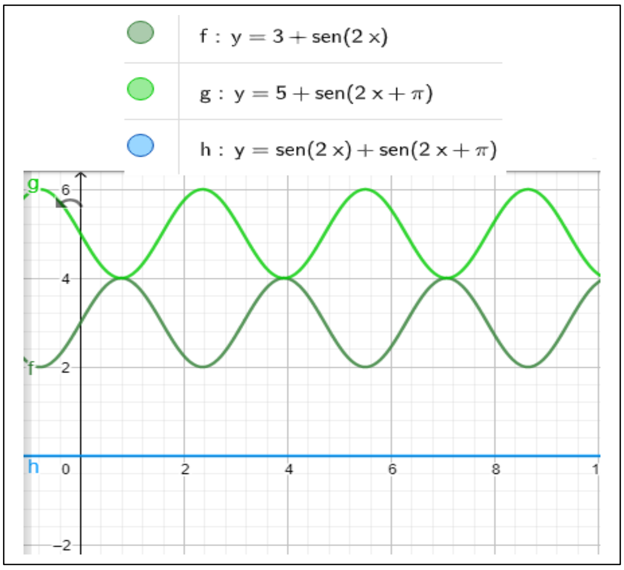
COMANDOS NO PROGRAMA MATLAB

```
>> subplot(2,3,1);
>> fplot('0.5',[0 12]);
>> subplot(2,3,2);
>> fplot('0.5+2*(sin(t))/pi',[0 12]);
>> subplot(2,3,3);
>> fplot('0.5+2*(sin(t)+sin(3*t)/3)/pi',[0 12]);
>> subplot(2,3,4);
>> fplot('0.5+2*(sin(t)+sin(3*t)/3+sin(5*t)/5)/pi',[0 12]);
>> subplot(2,3,5);
>> fplot('0.5+2*(sin(t)+sin(3*t)/3+sin(5*t)/5+sin(7*t)/7)/pi',[0 12]);
>> subplot(2,3,6);
>> fplot('0.5+2*(sin(t)+sin(3*t)/3+sin(5*t)/5+sin(7*t)/7+sin(9*t)/9+
  +sin(11*t)/11+sin(13*t)/13+sin(15*t)/15)/pi',[0 12]);
```

Interferência Construtiva: Duas ondas de mesma frequência quando têm diferença de fase $\Delta\phi = n \cdot 2\pi$ (com n = 1, 2, 3, ...) sofrem interferência construtiva: a superposição é sempre feita em fase.

$$y_R = y_1 + y_2 = 2 \cdot y_1$$





Interferência Destrutiva: Duas ondas de mesma frequência quando têm diferença de fase $\Delta\phi = (2n + 1) \cdot \pi$ (com n = 0, 1, 2, 3, ...) sofrem interferência destrutiva: a superposição é sempre feita em fase, então uma onda “cancela” a outra.

$$y_R = y_1 + y_2 = 0$$

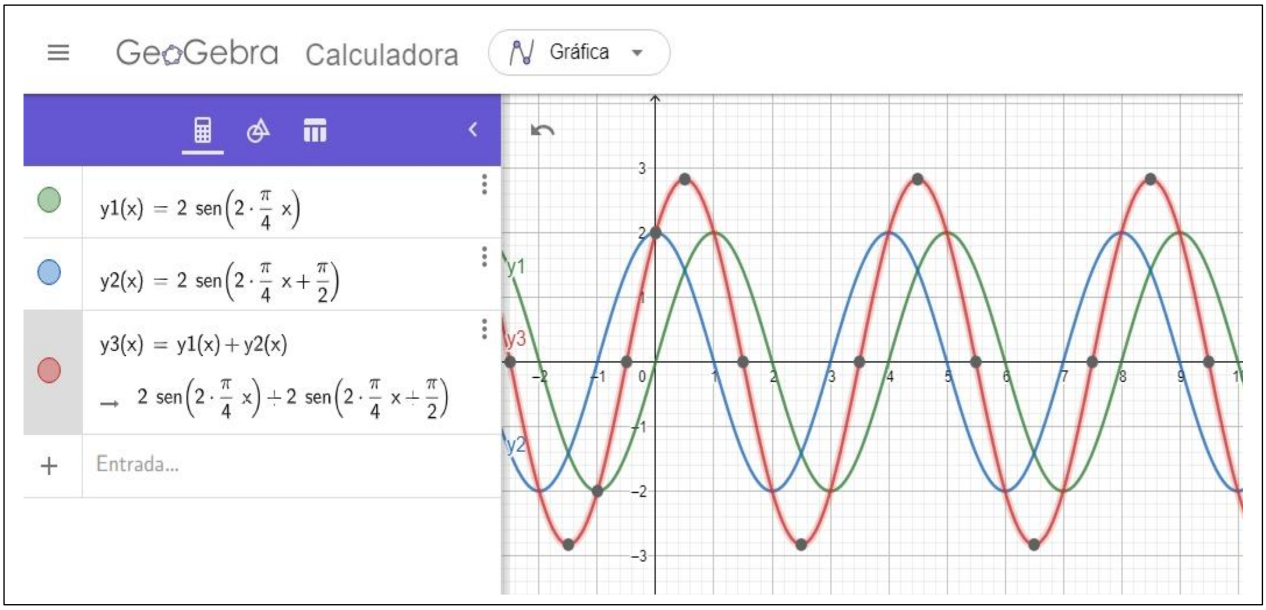
Batimento: ocorre quando duas ondas se superpõem sendo que as frequências são bem próximas, mas diferentes. A soma das duas ondas resulta num pacote que tem frequência:

$$f_B = |f_1 - f_2|$$

Exemplo: num violão se uma corda emite um som lá e você quer afinar uma segunda corda em lá. Quando as frequências estiverem ficando quase iguais, você ouvirá uma modulação na amplitude que sobe e desce de intensidade. Isto é o batimento. Quando afinar as duas cordas, ambas emitirão ondas com uma só frequencia, então acabará o batimento.

Ondas sonoras são ondas de pressão e são longitudinais, quer dizer o ar vibra na direção de propagação.

Exemplo: Duas ondas transversais progressivas iguais em frequencia e em amplitude se propagam no mesmo sentido, mas estão defasadas de 90º. Represente-as num gráfico e represente a onda resultante devido a superposição. Calcule a amplitude resultante em função de y_m das ondas.



No gráfico pode-se ver que o máximo ocorre quando y1 = y2.

Para a onda 1, isto ocorre no ângulo $y_1 = y_m \cdot sen(k \cdot x - \omega \cdot t) = y_m \cdot sen\left(\frac{\pi}{4}\right) = y_m \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$

e para a onda 2 ocorre no ângulo $y_2 = y_m \cdot sen\left(k \cdot x - \omega \cdot t + \frac{\pi}{2}\right) = y_m \cdot sen\left(\frac{3 \cdot \pi}{4}\right) = y_m \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$y_R = y_1 + y_2 = y_m \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + y_m \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = y_m \cdot \sqrt{2} \cong 1{,}4 \cdot y_m$$

Ondas Estacionárias: Duas ondas contra propagantes numa corda, uma viajando num sentido e a outra no outro, podem resultar numa onda estacionária.

$$y_1 = y_m \cdot sen(k \cdot x - \omega \cdot t) \quad \rightarrow \quad sentido + de\ x$$

$$y_2 = y_m \cdot sen(k \cdot x + \omega \cdot t) \quad \rightarrow \quad sentido - de\ x$$

A onda resultante é: $y_R = y_1 + y_2 = y_m \cdot sen(k \cdot x - \omega \cdot t) + y_m \cdot sen(k \cdot x + \omega \cdot t)$

Usando a identidade trigonométrica: $\text{sen}\, p + \text{sen}\, q = 2 \cdot \text{sen}\left(\frac{p+q}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$

Onde $p = k \cdot x - \omega \cdot t$ e $q = k \cdot x + \omega \cdot t$ lembrando que $\cos\theta = \cos(-\theta)$

Então: $y_R = 2 \cdot y_m \cdot sen\left(\frac{k \cdot x - \omega \cdot t + k \cdot x + \omega \cdot t}{2}\right) \cdot cos\left(\frac{k \cdot x - \omega \cdot t - k \cdot x - \omega \cdot t}{2}\right)$

Finalmente, a forma da onda estacionária é: $y_R = 2 \cdot y_m \cdot sen(k \cdot x) \cdot cos(\omega \cdot t)$

Alguns pontos da corda não apresentam deslocamento. São pontos chamados de nós ou nodos (pontos estacionários). Isto ocorre se $kx = n \cdot \pi$ com n = 0, 1, 2, 3, ...

A onda na corda terá máxima amplitude. São regiões chamadas de ventres ou antinodos. Isto ocorre se $kx = \left(n + \frac{1}{2}\right) \cdot \pi$ com n = 0, 1, 2, 3, ...

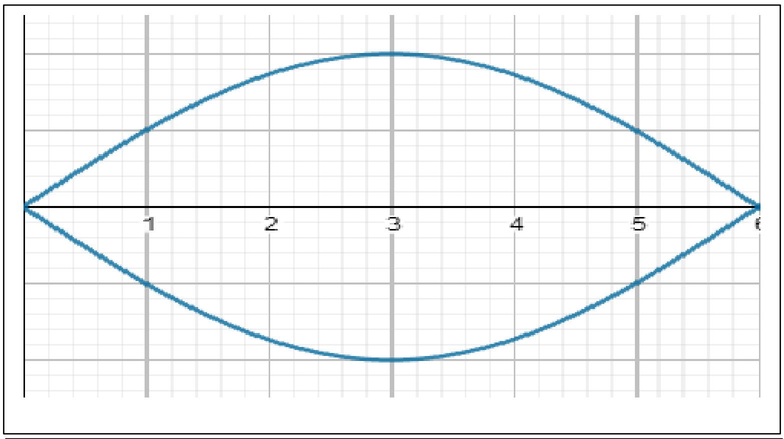
Numa corda, a chamada

Condição de Onda Estacionária

ocorre quando: $L = n \cdot \frac{\lambda}{2}$

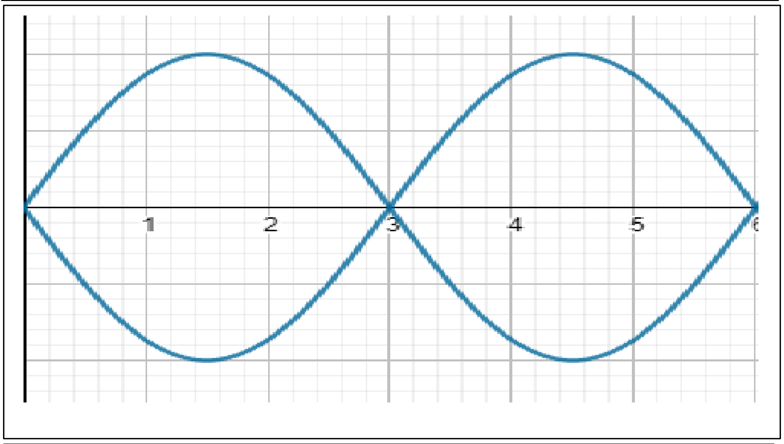
n = 1 $\rightarrow$ $L = \frac{\lambda}{2}$

harmônico fundamental



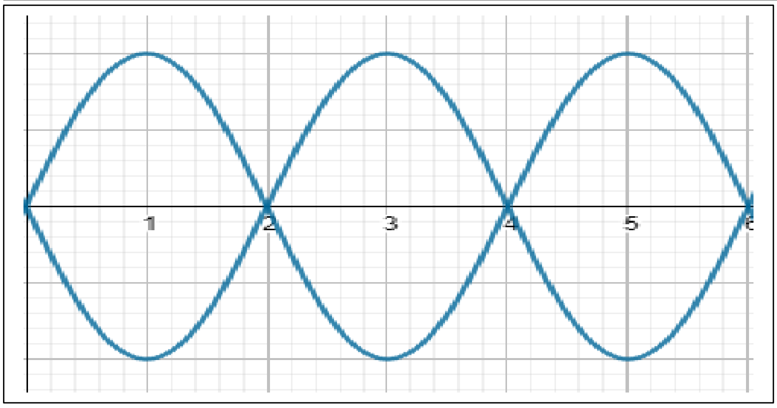
n = 2 $\rightarrow$ $L = \lambda$

2º harmônico



n = 3 $\rightarrow$ $L = \frac{3\lambda}{2}$

3º harmônico



A Energia é Conservada

numa onda estacionária.

Como: $L = n \cdot \frac{\lambda}{2}$ $\rightarrow$ $\lambda = \frac{2 \cdot L}{n}$

$\lambda \cdot f = v$ $\rightarrow$ $f = v \cdot \frac{n}{2 \cdot L}$

Exemplo: A corda de um violão tem comprimento 80cm e uma nota lá (frequência 440Hz) é tocada. Qual é a velocidade da onda na corda?

Ondas Sonoras: são ondas de pressão no ar. Elas são longitudinais e planas (longe da fonte). Próximo da fonte, as ondas sonoras são consideradas esféricas.

A velocidade de propagação do som é definida por: $v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$ B é o módulo de elasticidade volumétrico do ar. Vale a relação: $\Delta_P = -B \cdot \frac{\Delta V}{V}$ Δ_P é a variação de pressão; $\frac{\Delta V}{V}$ é a variação relativa do volume

ρ é a densidade do ar.

Velocidade do Som

meio	v (m/s)
Ar (20 °C)	343
Água (20 °C)	1482
Aço	5941
Alumínio	6420
Granito	6000

Nível de Intensidade Sonora:

A intensidade (I) de uma onda é a energia (E) que atravessa a área (A) num intervalo de tempo Δt

$$I = \frac{E}{A \cdot \Delta t} = \frac{P}{A} \quad \text{onde: } P = \frac{E}{\Delta t} \text{ é a potência}$$

Unidade S.I. de intensidade sonora é o W/m^2

O ouvido humano consegue detectar sinais sonoros com intensidade desde $10^{-12} W/m^2$ até $1 W/m^2$

Devido a este intervalo ser muito grande, é usada uma escala logarítmica de base 10 para reduzir esta faixa. É o nível de intensidade sonora (β): $\beta = 10 \cdot \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$

$I_0 = 10^{-12} W/m^2$ é a intensidade de referência que corresponde a $\beta = 0 dB$ (zero decibel)

I é a intensidade sonora da onda.

$I = 1 W/m^2$ é a intensidade máxima que ouvido humano tolera que corresponde a $\beta = 120 dB$ (120 decibel)

Exemplo: Uma fonte sonora tem 10W. Se você estiver a 10m de distância, qual será o nível de intensidade sonora?

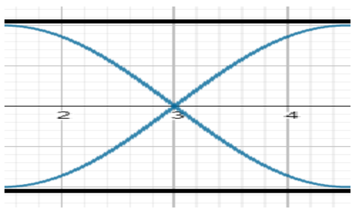
Ondas Sonoras em Tubos:

Se o tubo é aberto dos dois lados, deve ter um ventre nos dois lados do tubo. Neste caso, a condição de onda estacionária é:

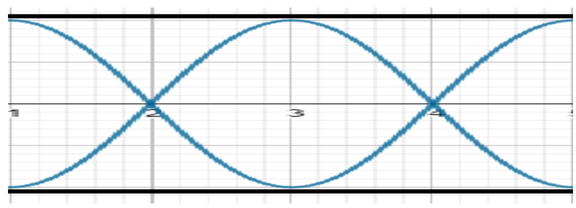
$L = n \cdot \frac{\lambda}{2}$

n = 1, 2, 3, ...

(natural *)



n = 1



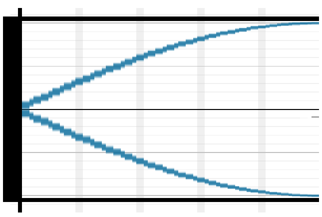
n = 2

Se o tubo é fechado de um lado e aberto do outro, deve ter um nó no lado fechado e um ventre no lado aberto do tubo. Neste caso, a condição de onde estacionária é:

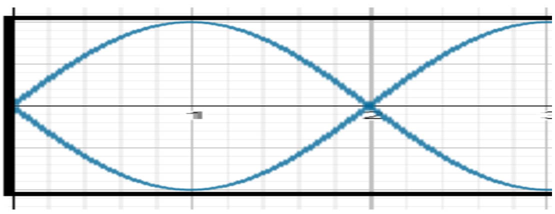
$L = n \cdot \frac{\lambda}{4}$

n = 1, 3, 5, 7, ...

(ímpar)



n = 1



n = 3

Exemplo 1: Ache as frequências fundamentais num tubo de 1,0m de comprimento fechado até o 3º harmônico. Considere v_{som} = 343m/s

Exemplo 2: Ache as frequências fundamentais num tubo de 1,0m de comprimento aberto até o 3º harmônico. Considere v_{som} = 343m/s

Exemplo 3: Ache as frequências fundamentais numa corda de violão que tem 0,80m de comprimento até o 3º harmônico. Considere v_{som} = 343m/s

Efeito Doppler (1842): é o desvio na frequência da onda sonora devido ao movimento relativo entre a fonte e o observador.

$$f_{obs} = f_{fonte} \cdot \frac{(v \pm v_{obs})}{(v \pm v_{fonte})}$$

Se o movimento relativo for de aproximação a frequência observada será mais alta do que a frequência do sinal gerado pela fonte (som + agudo).

Se o movimento relativo for de afastamento a frequência observada será mais baixa do que a frequência do sinal gerado pela fonte (som + grave).

Exemplo 1: Um carro está a 90km/h emitindo um som a frequência de 330Hz. Um pedestre que está parado medirá qual frequência durante a aproximação deste carro? E depois, durante o afastamento, qual será a frequência que o pedestre medirá?

Exemplo 2: Você está num carro a 60km/h e percebe o som emitido pela buzina (330Hz) de outro carro que está 120km/h no mesmo sentido que você. Qual é o valor da frequência que você medirá?