# Experiência: Disco de Inércia

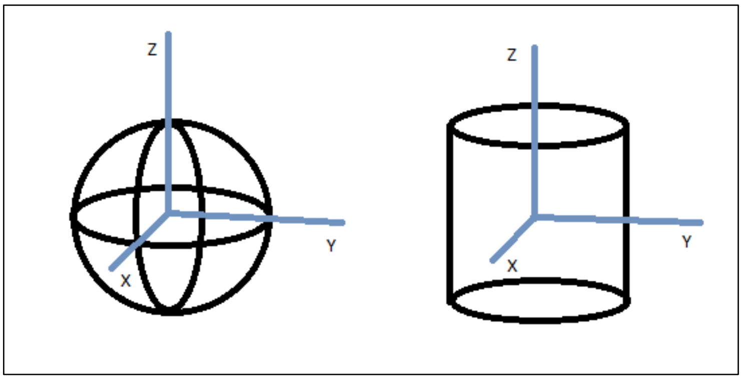
## Objetivo

Esta experiência tem como objetivo estudar a dinâmica de rotação de um disco rígido e determinar experimentalmente seu momento de inércia, comparando-o com seu valor teórico.

## Introdução

A dinâmica de um corpo rígido (objeto que conserva sua forma durante o movimento) envolve dois tipos de movimento: o de translação e o de rotação. Nesta experiência abordaremos o movimento de rotação de um cilindro maciço em torno de um eixo fixo, sendo este o eixo principal de inércia (figura 1).

**Figura 1: Eixos principais de Inércia para Corpos Rígidos**
**$I_{xx}$ , $I_{yy}$ e $I_{zz}$**




O momento angular total ( L ) de um corpo que gira em torno de um eixo principal de inércia, é paralelo à velocidade angular ( ω ), sempre dirigida ao longo do eixo de rotação. Desta forma:

$$\vec{L} = I \cdot \vec{\omega} \qquad \text{equação (1)}$$

Na equação acima I representa o momento principal de inércia, determinado pela equação que segue: $I = \int_V \rho \cdot r^2 \, dV$ equação (2)

Onde $\rho = \frac{m}{V}$ é a densidade do material do qual o corpo é fabricado, r é o raio, E é a espessura e V é o volume do corpo.

Assim, a massa de cada cilindro é: $m = \rho \cdot V$ equação (3)

O momento de inércia de um cilindro maciço e homogêneo em relação ao eixo axial que passa pelo centro de gravidade é calculado pela equação 2, lembrando que o volume é:

$V = \pi r^2 \cdot E$ implica que $\rho = \frac{m}{\pi r^2 \cdot E}$ e o elemento de volume: $dV = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot E \cdot dr$

$$I = \int_0^r \rho \cdot r^2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot E \cdot dr = \left. \frac{2 \cdot \pi \cdot \rho \cdot E \cdot r^4}{4} \right|_0^r = \frac{\pi \cdot \rho \cdot E \cdot r^4}{2}$$

equação (4) $I = \frac{m \cdot r^2}{2}$

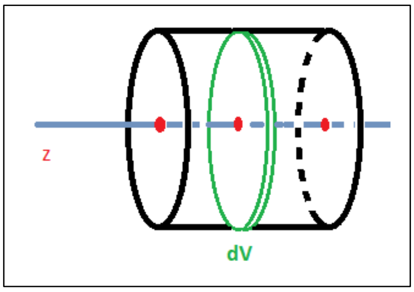



**Figura 2: Cilindro maciço e homogêneo com Movimento em torno do seu eixo**

**<u>Equação de um movimento para a rotação de um corpo rígido:</u>**

Na segunda Lei de Newton para a rotação: $\vec{M}_R = I \cdot \vec{\alpha}$ aplicada ao Disco de inércia, contribuem para o Momento Resultante, o torque da Tração T devido ao fio: $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{T}$ e o Conjugado do Atrito ($M_{atrito}$). Todos são vetores na direção axial do disco, então:

equação (5) $r \cdot T - M_{atrito} = I \cdot \alpha$

Mas $a = \alpha \cdot r \rightarrow \alpha = \frac{a}{r}$ vem:

Equação (6) $I \cdot \frac{a}{r} = r \cdot T - M_{atrito}$

Aplicando a segunda Lei no bloco: $\vec{F}_R = m \cdot \vec{a}$

$P - T = m \cdot a \rightarrow T = m \cdot (g - a)$

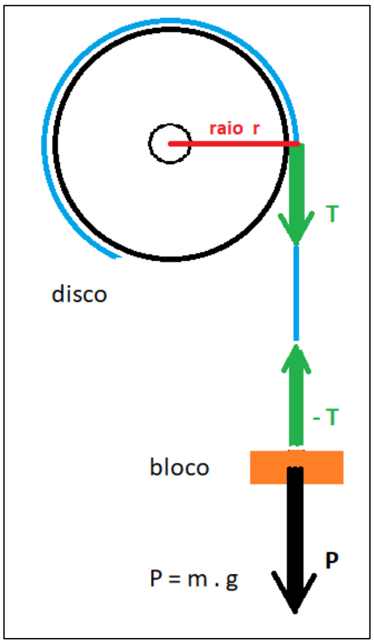
Substituindo T na equação (6), vem:

$$I \cdot \frac{a}{r} = r \cdot m \cdot (g - a) - M_{atrito}$$

Na experiência são duas massas: $m_1$ e $m_2$

Massa 1: $I \cdot \frac{a_1}{r} = r \cdot m_1 \cdot (g - a_1) - M_{atrito}$

Massa 2: $I \cdot \frac{a_2}{r} = r \cdot m_2 \cdot (g - a_2) - M_{atrito}$




Subtraindo uma da outra, chega-se a expressão do momento de inércia do Disco:

Equação (7) $I = \frac{r^2 \cdot [m_1 \cdot (g - a_1) - m_2 \cdot (g - a_2)]}{(a_1 - a_2)}$

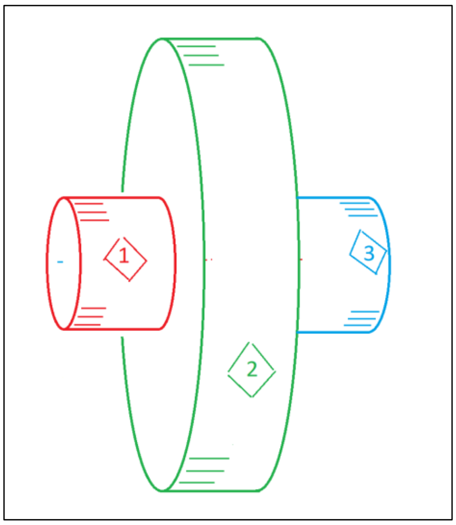
As acelerações dos blocos podem ser calculadas a partir da equação horária do MRUV:

$$y = y_0 + v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2 \rightarrow a = \frac{2 \cdot h}{t^2}$$

Equação (8) $a = \frac{2 \cdot h}{t^2}$ onde h é a altura e t é o tempo de queda dos blocos.

## Parte Experimental

**a) Método Estático:**




O disco de inércia é constituído por três cilindros maciços de ferro.

O volume de cada cilindro é: $V = \frac{\pi}{4} \cdot d^2 \cdot E$

A massa é: $m = \rho \cdot V$

O momento de inércia total teórico é igual a soma dos momentos de inércia de cada cilindro:

$$I_{teo} = \frac{m_1 \cdot {r_1}^2}{2} + \frac{m_2 \cdot {r_2}^2}{2} + \frac{m_3 \cdot {r_3}^2}{2}$$

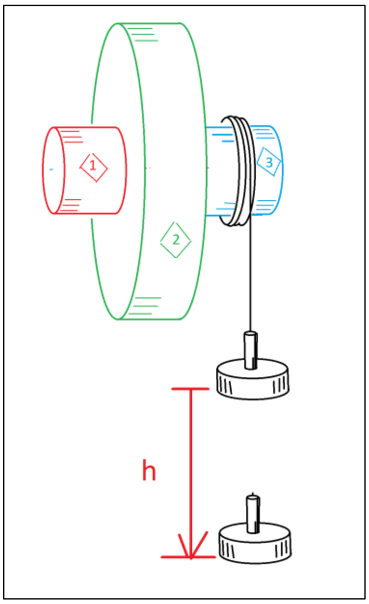
As dimensões de cada cilindro estão listadas na tabela 1. Calcule o volume e a massa para completar a tabela:

| **cilindro** | **diâmetro (mm)** | **Espessura (mm)** | **Volume ($cm^3$)** | **Densidade ($g/cm^3$)** | **Massa (g)** | **I ($g.cm^2$)** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 25,43 ± 0,01 | 40,05 ± 0,01 | | 7,87 | | |
| 2 | 170,94 ± 0,01 | 23,02 ± 0,01 | | 7,87 | | |
| 3 | 25,43 ± 0,01 | 40,05 ± 0,01 | | 7,87 | | |

Calcule o momento de inércia total teórico.

$$\boxed{I_{teo} = I_1 + I_2 + I_3 = \qquad\qquad g.cm^2}$$

**b) Método Dinâmico:**




A figura apresenta o arranjo experimental que será Utilizado para determinar o momento de inércia Através do método dinâmico.

Escreva as massas $m_1$ e $m_2$ que você utilizou:

| | |
|---|---|
| $m_1 =$ | ( ± ) g |
| $m_2 =$ | ( ± ) g |

Prenda um barbante no cilindro 3 e enrole-o tomando cuidado para não ocorrer sobreposição do barbante.

Fixe uma altura de queda h e coloque uma das massas na extremidade livre do barbante.

| h = | ( ± ) mm |
|---|---|

Deixe a massa cair cronometrando o seu tempo de queda (evite a queda brusca dos massores no chão).

Repita o procedimento cinco ( 5 ) vezes e faça a mesma experiência com a outra massa.

Coloque os dados na tabela 2.

Calcule a aceleração usando os dados da Tabela 2 e a equação 8.

| **leitura** | **$t_1$ (s)** | **$t_2$ (s)** | **$a_1$ (cm/s²)** | **$a_2$ (cm/s²)** |
|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | |
| 2 | | | | |
| 3 | | | | |
| 4 | | | | |
| 5 | | | | |
| média | | | | |
| desvio padrão | | | | |
| valor experimental | | | | |

Calcule $I_{exp}$ usando a equação 7. Neste caso, r é o raio do cilindro 3 que é onde o barbante foi enrolado.

| $I_{exp}$ = ( ± ) g.cm² |
|---|

Compare $I_{teo}$ e $I_{exp}$ através do erro percentual E%

| E% = |
|---|

## Conclusão

Escreva um texto curto dizendo se os objetivos foram ou não alcançados e se você ficou convencido disto ou não, com base nos erros e incertezas que obteve.